$f \sim g$ ako je $f = g$ s.s., možemo definisati klase ekvivalencije

$$[f] = \{g \in L^1(\mu) : \ g \sim f\}$$

i odgovarajući faktor prostor koji ćemo označiti sa $L^1(X)$. Na $L^1(X)$ definišemo vektorsku strukturu sa $[f+g] = [f]+[g]$, $[\lambda f] = \lambda[f]$. Za elemenat $[f] \in L^1(X)$ definišemo $\|[f]\| := \|f\|$, gde je $\|\cdot\|$ data izrazom (8.1). Primetimo, prema Teoremi 5.3 b) sledi da je ovo preslikavanje dobro definisano (ne zavisi od izbora predstavnika klase). Važi: $\|\cdot\|$ je norma na prostoru $L^1(X)$.

Nadalje ćemo elemenat $[f]$ označavati sa f, vodeći računa da se radi o čitavoj klasi funkcija jednakih s.s.. U tom kontekstu, možemo i prostor $L^1(X)$ identifikovati sa $L^1(\mu)$ i nazivati ga prostorom Lebeg-integrabilnih funkcija (u kojem su prethodno identifikovane sve funkcije jednake skoro svuda).

Kako su funkcije iz $L^1(\mu)$ definisane, ako su definisane do na skup mere nula, možemo uključiti i funkcije koje uzimaju vrednost u radijalnoj kompaktifikaciji skupa $\mathbf{C}$, dakle koje uzimaju i vrednosti "beskonačno" na skupu mere nula. Recimo ako je f realna, ona može da ima vrednosti $+\infty$ ili $-\infty$ na skupu mere nula. Navedimo, kompaktifikaciju skupa $\mathbf{C}$ čini $\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{C} \cup S_\infty$, gde je S_∞ kružnica "beskonačnog poluprečnika", skup tačaka oblika $\infty e^{i\theta}$, $\theta \in [0, 2\pi)$. Preciznije, S_∞ je skup fiktivnih tačaka za koje definišemo okoline: V je okolina tačke $\infty e^{i\theta}$ ako sadrži skup oblika $\{re^{i\phi}; r > R_0, |\phi - \theta| < \varepsilon\}$, za neko $R_0 > 0$ i neko $\varepsilon > 0$.

8.2 Prostor $L^p(X)$, $p \geq 1$

Definicija 8.1. Skup funkcija $f : X \to \bar{\mathbf{C}}$ sa osobinom $\int_X |f|^p d\mu < \infty$, i u kojem identifikujemo funkcije jednake skoro svuda, sa uobičajenim operacijama sabiranja i množenja kompleksnim brojem, je vektorski prostor $L^p(X)$, kraće L^p ako je iz konteksta jasno na kom domenu su definisane funkcije. ▲

Lema 8.1. Preslikavanje

$$f \mapsto \|f\|_p \in \mathbf{R}_+, \quad f \in L^p(X),$$

gde je

$$\|f\|_p = \sqrt[p]{\int_X |f|^p d\mu} \tag{8.2}$$

je norma na $L^p(X)$.

Dokaz: Jasno, $\|f\|_p \geq 0$. Važi, $\|f\|_p = 0 \iff f = 0$ s.s., i $\|\lambda f\|_p = \sqrt[p]{\int_X |\lambda f|^p d\mu} = |\lambda| \|f\|_p$. Relacija trougla za normu je jedino što preostaje dokazati, a to sledi iz nejednakosti Minkovskog (v. narednu propoziciju). ■